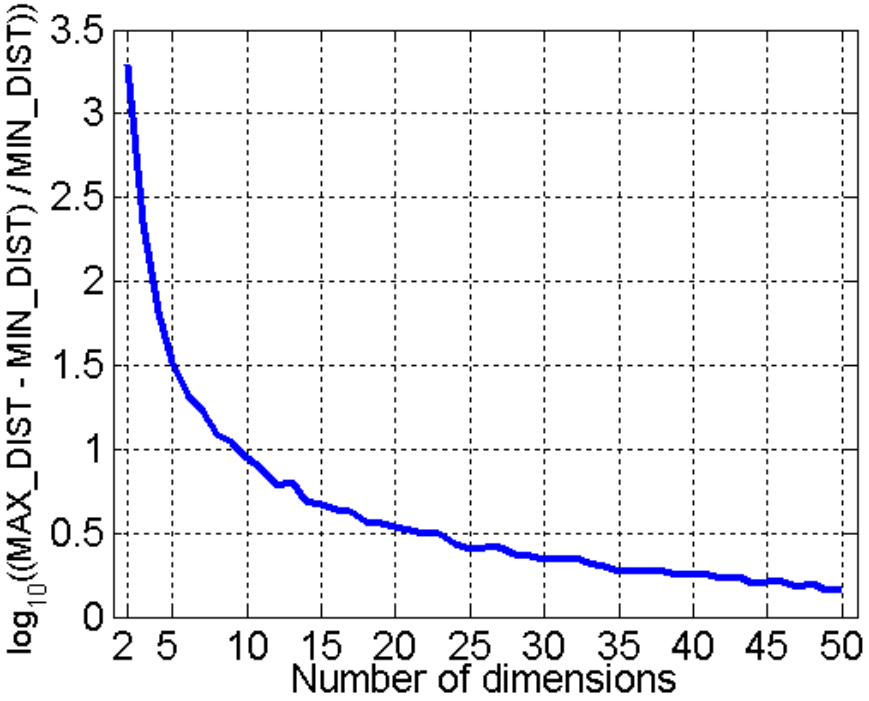
Büyük boyutun laneti (Curse of Dimensionality)

- Veri boyutu arttıkça örnekler (noktalar) uzay içinde çok fazla dağınık hale gelir.
- Noktaların yoğunluğu ya da aralarındaki uzaklık bir çok problem için çok önemlidir. Veri boyutu büyüdükçe yoğunluk ve uzaklık bilgisi anlamsızlaşır ve bu algoritmaların performansını etkiler.



- Rastgele 500 nokta üretelim
- Birbirine en uzak ve en yakın noktalar arası uzaklıkları ele alalım

Veri Küçültme
Boyut Küçültme

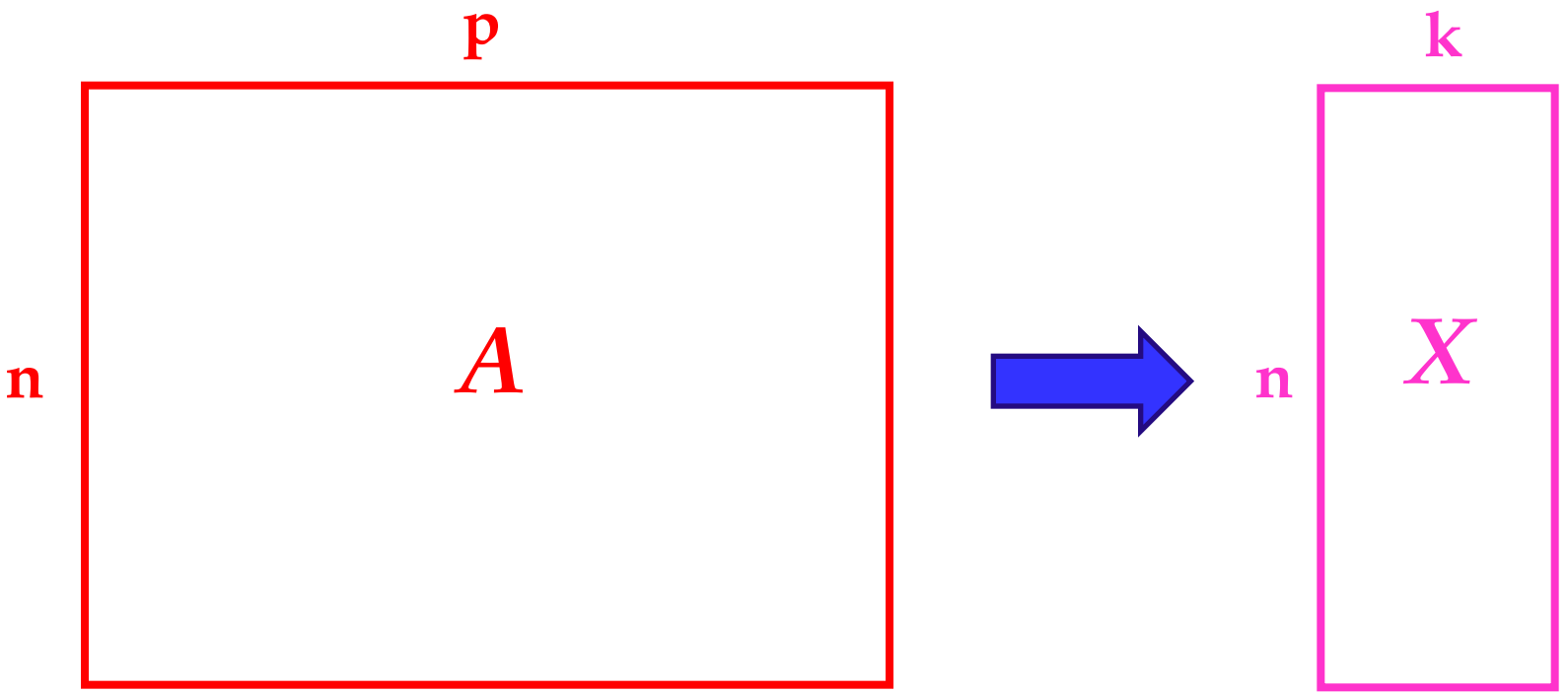
- Amaç:
  - Zaman ve hafıza gereksinimlerini azaltmak
  - Kolay görselleştirme
  - Alakasız öznitelikleri atmak ya da gürültü azaltmak

- Yöntemler
  - Temel Bileşen Analizi
    - Principle Component Analysis (PCA)
  - Çok Boyutlu Ölçekleme
    - Multidimensional scaling (MDS)
  - Diğerleri: eğiticili yöntemler

Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

- TBA tanımlayıcı bir yöntemdir
  - En eski yöntemlerden biridir
- Amaç
  - Büyük sayıda değişkenle ifade edilen örneklerin daha küçük uzayda temsili
    - Veri küçültme
  - Toplam varyansı en iyi açıklayan değişkenlerin tespiti
    - Yorumlama
- TBA sonuçları diğer algoritmalara girdi olabilir
  - regresyon
  - kümeleme
  - Sınıflandırma ve diğerleri

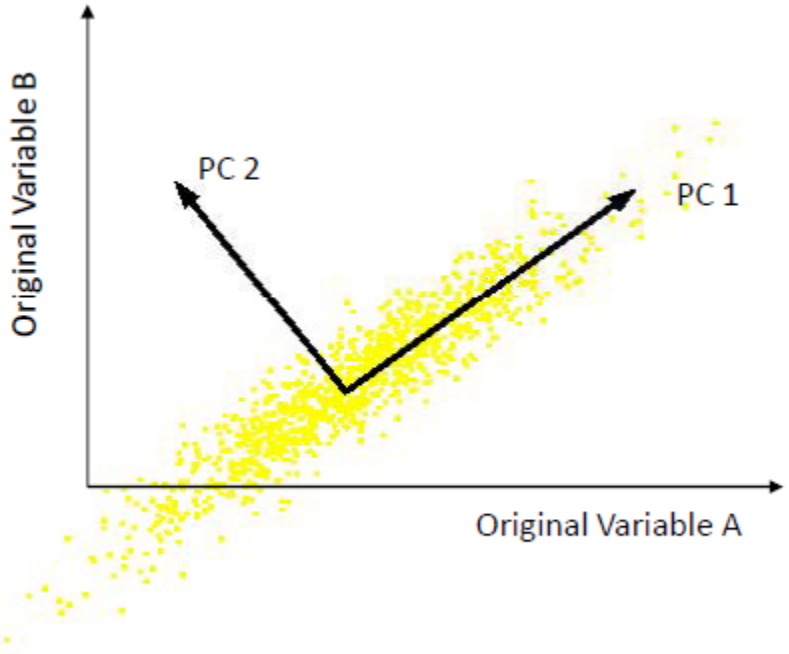
Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi



Öyle bir dönüşüm yapalım ki verideki varyansı en iyi şekilde saklayabilelim

Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

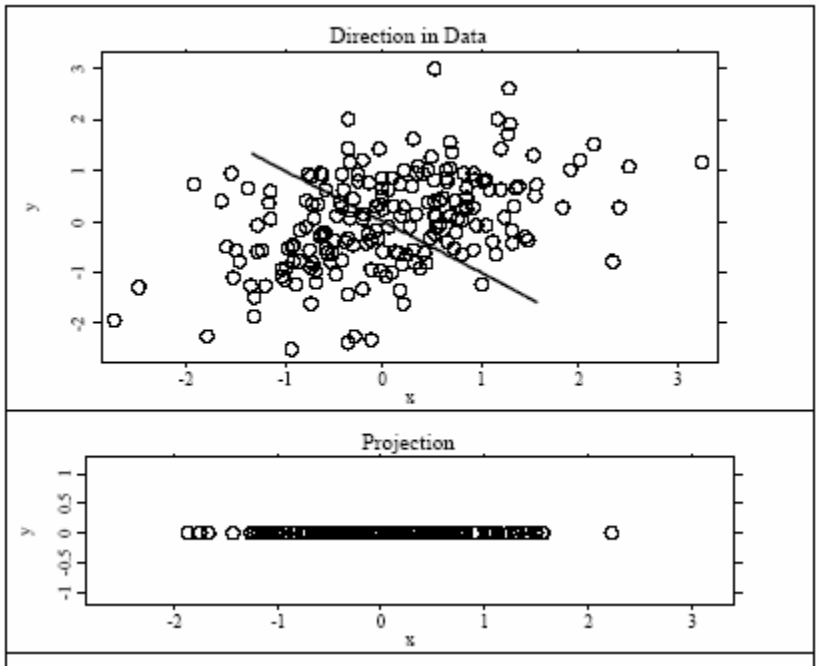
- Varyansın en yüksek olduğu birbirine dik eksenleri bulmak
  - PC1 yönü verinin daha çok değiştiği yönlerden biri



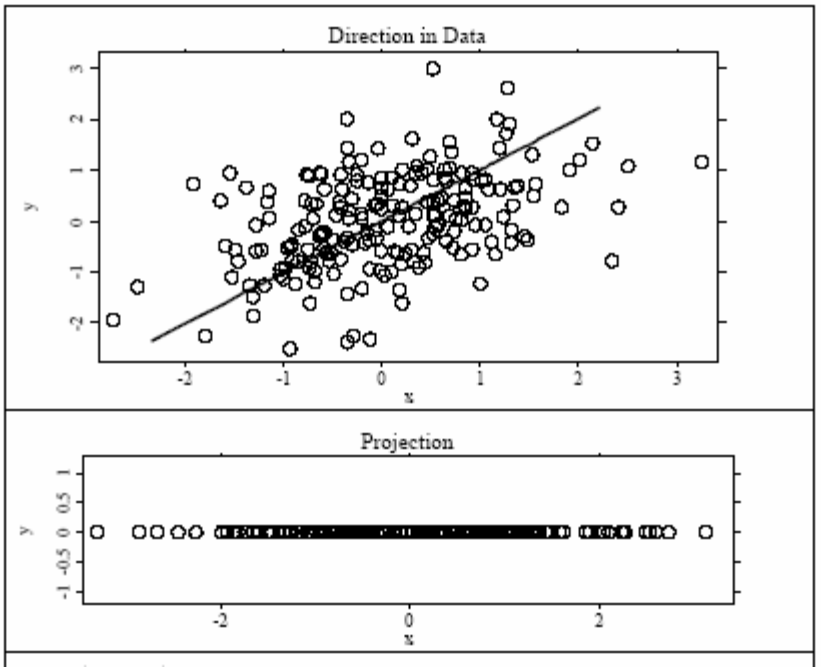
Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

- Geometrik yorum

İyi

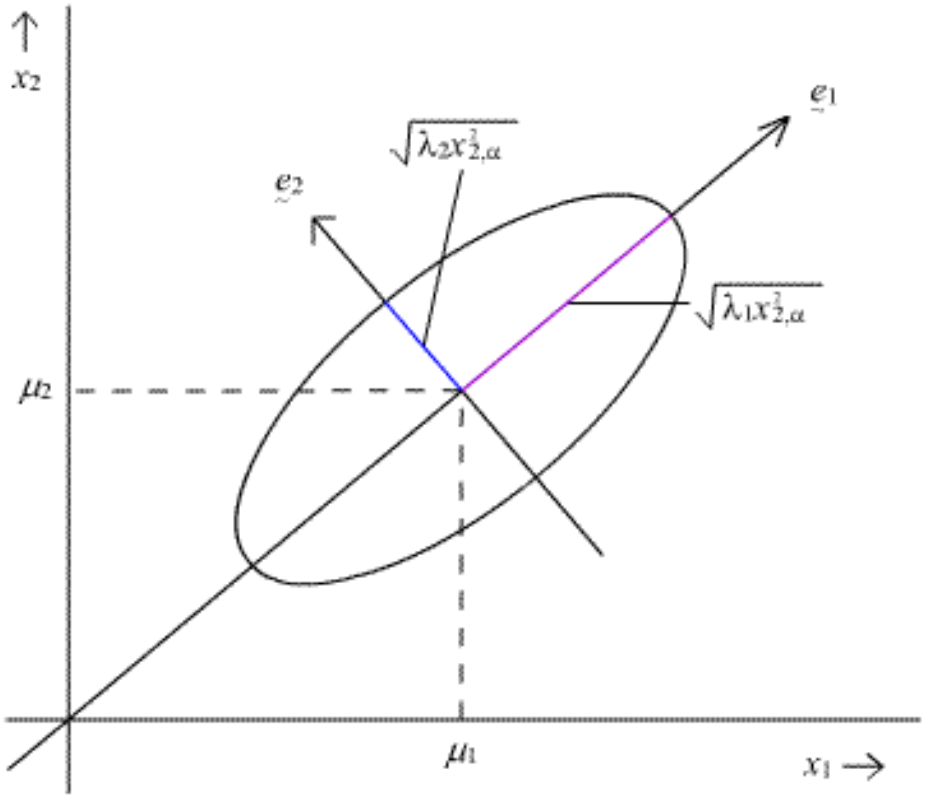


Daha İyi



Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

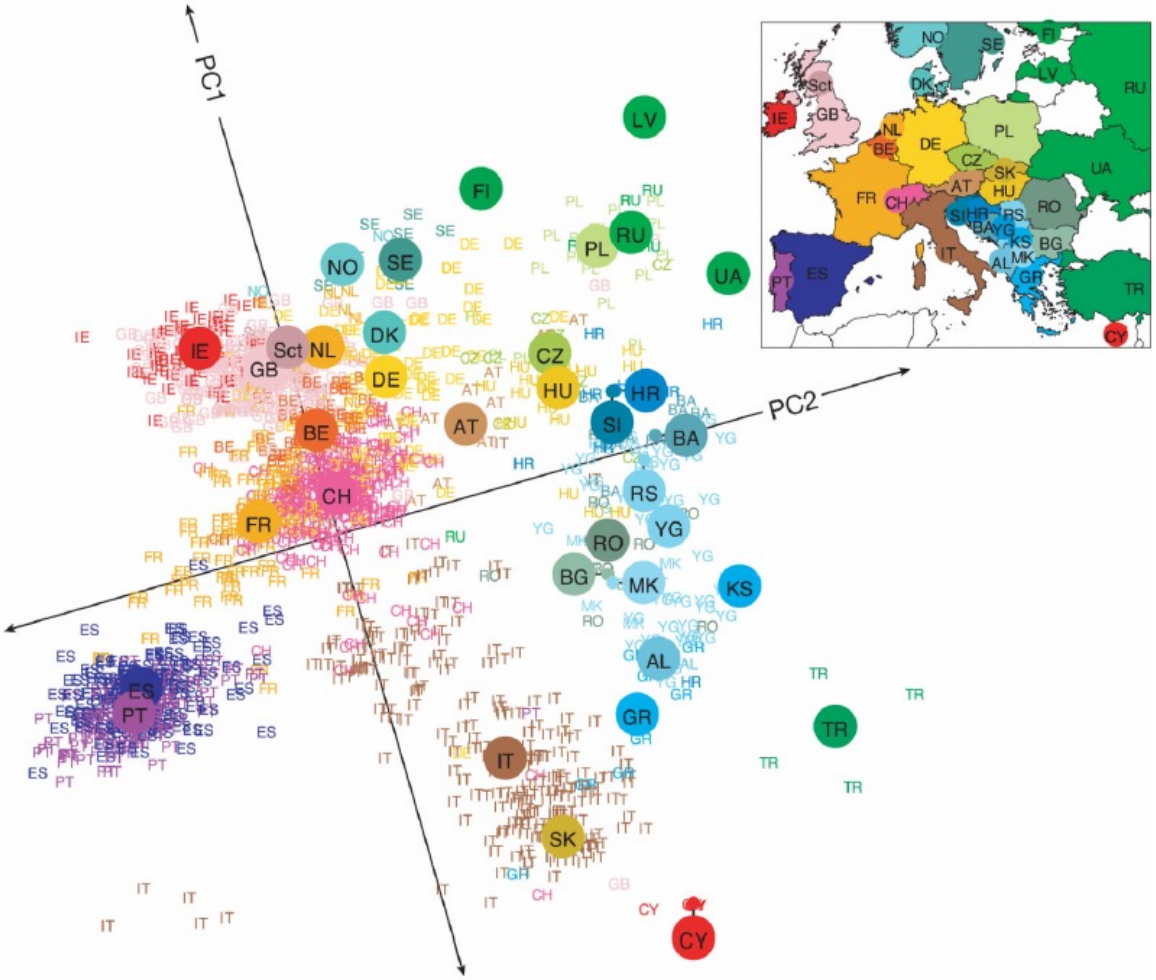
- Gaus dağılım geometrisi
  - Çok değişkenli Normal dağılım eliptik dağılımlara bir örnek oluşturur.
  - Elipslerin temel eksenlerinin (principal axes) yönleri kovaryans matrisinin, Σ, eigen vektörleridir.



Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

- R kodları

Bir uygulama
"Genes mirror geography within Europe"
http://www.nature.com/nature/journal/v456/n7218/full/nature07331.html



The PC axes are rotated to emphasize the similarity to the geographic map of Europe. AL, Albania; AT, Austria; BA, Bosnia-Herzegovina; BE, Belgium; BG, Bulgaria; CH, Switzerland; CY, Cyprus; CZ, Czech Republic; DE, Germany; DK, Denmark; ES, Spain; FI, Finland; FR, France; GB, United Kingdom; GR, Greece; HR, Croatia; HU, Hungary; IE, Ireland; IT, Italy; KS, Kosovo; LV, Latvia; MK, Macedonia; NO, Norway; NL, Netherlands; PL, Poland; PT, Portugal; RO, Romania; RS, Serbia and

Boyut Küçültme
Temel Bileşen Analizi

- Avantajları
  - Çok basittir, parametresi neredeyse yoktur
    - Kaç bileşen tutulacağı dışında
  - Veriyi aralarında korelasyon bulunmaya daha küçük sayıda öznitelik ile ifade eder
    - Veri sıkıştırma
- Dezavantajları
  - Numerik veri ve Normal (Gaus) dağılım
  - Değişkenler arası ilişkilerin doğrusal (lineer) olduğunu varsayar
  - Eğer ilişkiler doğrusal değilse
    - Bulunan temel eksenler anlamsızdır.
      - Kernel PCA denen yöntemler ile doğrusal olmayan TBA yapılabilir.

Boyut Küçültme
Çok Boyutlu Ölçekleme (MDS)

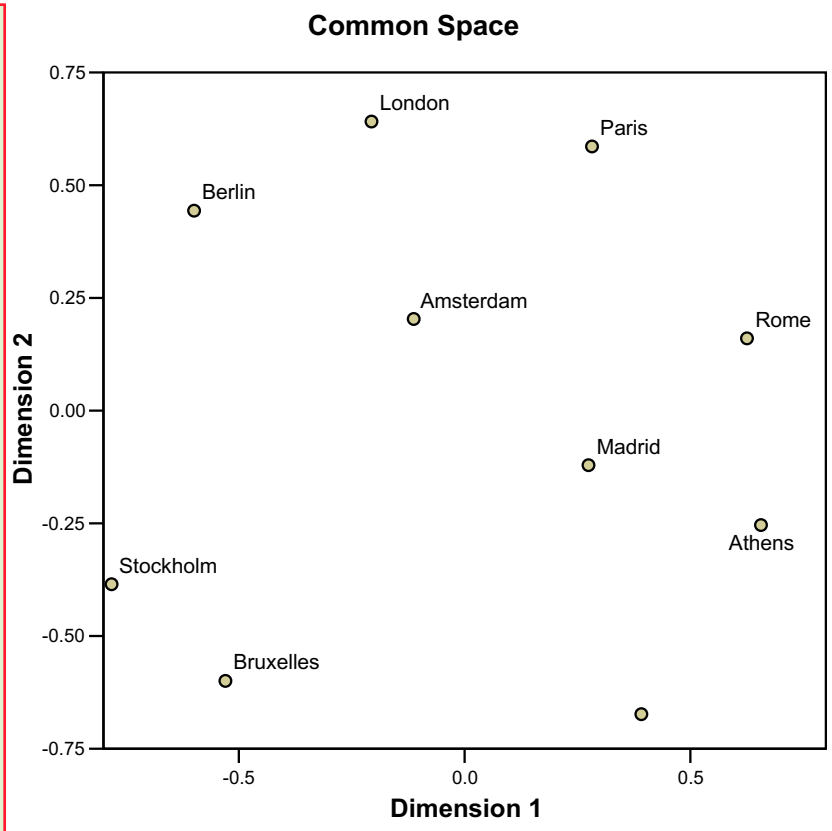
- MDS ve kümeleme analizi alakalıdır.
  - Genellikle parametrik olmayan, altında model barındırmayan, tanımlayıcı bir yöntemdir.
  - ~ doğrusal olmayan temel bileşen analizi de denebilir
- Veriyi daha küçük bir uzayda öyle bir şekilde ifade edelim ki asıl uzaydaki benzerlik bilgisi en iyi şekilde korunsun.
  - Çoğunlukla görselleştirme için kullanılır.
    - Tukey: "A picture is worth a thousand words"
      - *Given*: an n x n matrix $\mathbf{\Delta} = (\delta_{ij})$ of dissimilarities
      - *Find*: an n x k matrix $\mathbf{X}$ of coordinates in a k-dimensional space, such that distances ≈ dissimilarities

$$d_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| = \left[\sum_{a=1}^{k}\left(x_{ia} - x_{ja}\right)^2\right]^{1/2} \approx \delta_{ij}$$

Euclidean distance

Boyut Küçültme
Çok Boyutlu Ölçekleme

- Örnek çıktı



Yorum: Trend olması

İklim olarak düşünülebilir

- Anket sonucu her kişi şehirleri sıralar.
- Sıralama cinsinden benzerlikler hesaplanır (Londra Atina'ya kıyasla Berlin'e daha çok benzer).
- Eğer bulunan yeni boyutlar yorumlanabiliyorsa, algılanan farklılıklar tespit edilebilir.

Boyut Küçültme
Çok Boyutlu Ölçekleme

- Fransız şehirleri arası tren zamanları

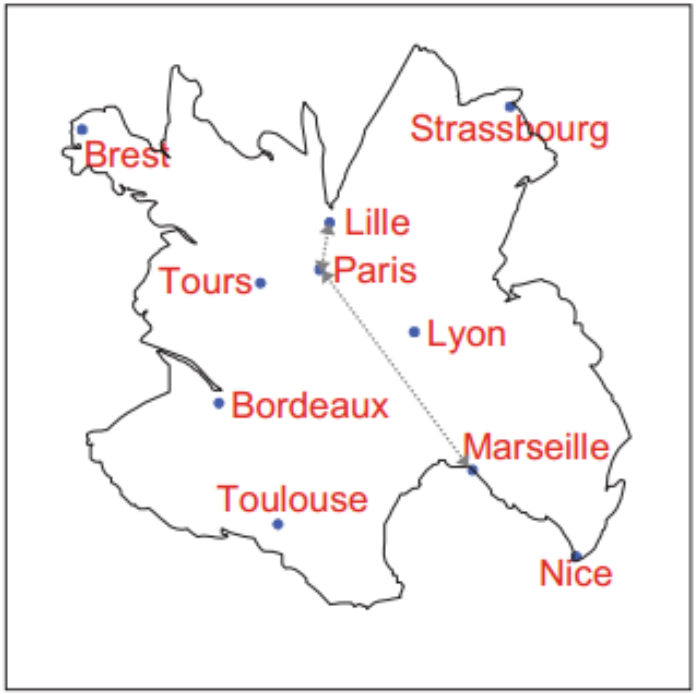
	Bor-deaux	Brest	Lille	Lyon	Mar-seille	Nice	Paris	Strassb ourg	Tou-louse	Tours
Bordeaux	0									
Brest	9:58	0								
Lille	6:39	7:11	0							
Lyon	8:05	7:11	4:52	0						
Marseille	5:47	8:49	6:12	1:35	0					
Nice	8:30	13:36	8:20	4:33	2:26	0				
Paris	2:59	4:17	1:04	2:01	3:00	5:52	0			
Strassbourg	8:08	10:16	6:54	4:36	7:04	11:15	4:01	0		
Toulouse	2:02	13:52	9:42	4:25	3:26	6:29	5:14	10:56	0	
Tours	2:36	5:38	4:17	4:21	5:13	9:04	1:13	6:03	6:06	0

- Bu bilgi ile Fransa haritası üzerinde şehirler işaretlenebilir mi?

Boyut Küçültme
Çok Boyutlu Ölçekleme

- Cevap: Evet

Gerçek Harita



MDS Harita

Boyut Küçültme
Çok Boyutlu Ölçekleme

- R kodları